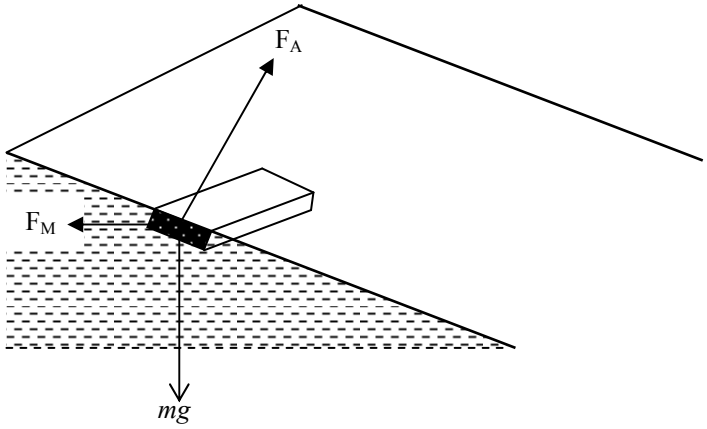
III ტური ამოცანა № 1

5 ქულა ჰორიზონტალურად მოთავსებული მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის ჭურჭლის ორი მოპირდაპირე კედელი მეტალისაგან , ხოლო ორი სხვა მოპირდაპირე კედელი დიელექტრიკისაგან არის დამზადებული. ამ ჭურჭელში ჩასხმულია ელექტროლიტი, რომლის სიმკვრივეა ρ, ხოლო ელექტროგამტარებლობაა σ. მეტალის კედლებზე მოდებულია U ძაბვა და ეს ჭურჭელი მოთავსებულია ერთგვაროვან ვერტიკალურ მაგნიტურ ველში, რომლის ინდუქცია არის B. მანძილი მეტალის კედლებს შორის არის a, ხოლო მათი სიგრძეა b.

რისი ტოლია სითხის დონეთა სხვაობა დიელექტრიკულ კედლებს შორის? ელექტროლიტში გამავალი დენის მაგნიტური ველი უგულებელყავით.

ამოხსნა.



ელექტროლიტში გამავალ დენზე მაგნიტური ველი მოქმედებს მეტალის კედლების პარალელურ ძალით. ამიტომ ელექტროლიტის ყოველ მოცულობაზე მოქმედებს ძალა, რომელიც ქმნის ელექტროლიტის დონეთა სხვაობას დიელექტრიკულ კედლებთან. ელექტროლიტის ზედაპირი იქნება ჰორიზონტისადმი დახრილი სიბრტყე. განვიხილოთ ელექტროლიტის ზედაპირთან მყოფი მცირე მოცულობა. მასზე მოქმედებენ შემდეგი ძალები: სიმძიმის ძალა, მაგნიტური ძალა და ზედაპირის მართობული დანარჩენი სითხიდან მოქმედი წნევის ძალების ტოლქმედი. წონასწორობაში ყველა მოქმედი ძალის ტოლქმედი ნულის ტოლია. თუ გამოყოფილი მოცულობაა ΔV, ხოლო მისი განივკვეთის ფართობია ΔS, მაშინ

$$F_M=B\Delta I\Delta V/\Delta S=Bj\Delta V$$

სადაც

$$j=\Delta I/\Delta S=U/R=\sigma U/a$$

დენის სიმკვრივეა. ნახაზიდან გამომდინარე

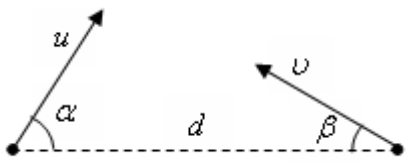
$$tg\alpha= F_M/mg=B\sigma U/\rho ga$$

და საბოლოოდ

$$\Delta h=b\ tg\alpha=(b/a)(B\sigma U/\rho ga)$$

III ტური ამოცანა № 2

5 ქულა როდესაც ორ ერთნაირ ნაწილაკს შორის მანძილია d, მაშინ მათი სიჩქარის ვექტორები ერთ სიბრტყეშია და ნაწილაკების შემაერთებელ მონაკვეთთან α და β კუთხეებს ქმნის (იხ. ნახ.). სიჩქარეების მოდულები შესაბამისად არის u და v. თითოეული ნაწილაკის მუხტია q. განსაზღვრეთ ნაწილაკების მასა, თუ შემდგომი მოძრაობისას მათ შორის მინიმალური მანძილია r.



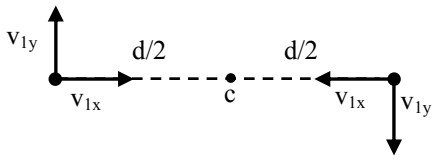
ამოხსნა:

ნაწილაკთა სისტემის მასათა ცენტრის სიჩქარეა

$$\frac{\vec{u}+\vec{v}}{2}$$

მასათა ცენტრთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში მარცხენს ნაწილაკის სიჩქარეა $\vec{v}_1 = \frac{\vec{u}-\vec{v}}{2}$, ხოლო მარჯვენასი $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1$

ამ ათვლის სისტემაში გვაქვს ნახაზზე გამოსახული სიტუაცია



$$v_{1x} = \frac{u}{2}\cos\alpha + \frac{v}{2}\cos\beta$$

$$v_{1y} = \left|\frac{u}{2}\sin\alpha - \frac{v}{2}\sin\beta\right|$$

(ნახაზზე გამოსახულია შემთხვევა, როდესაც $\frac{u}{2}\sin\alpha > \frac{v}{2}\sin\beta$)

მუდმივია სისტემის ენერგია და თითოეული ნაწილაკის იმპულსის მომენტი მასათა ცენტრის მიმართ. უახლოეს მანძილზე ყოფნისას ნაწილაკების სიჩქარე აღვნიშნოთ v_0-ით. ამ დროს მასათა ცენტრის მიმართ ნაწილაკის იმპულსის მხარია $r/2$. გვაქვს

$$2\,\frac{m(v_{1x}^2+v_{1y}^2)}{2} + \frac{kq^2}{d} = 2\,\frac{mv_0^2}{2} + \frac{kq^2}{r}$$

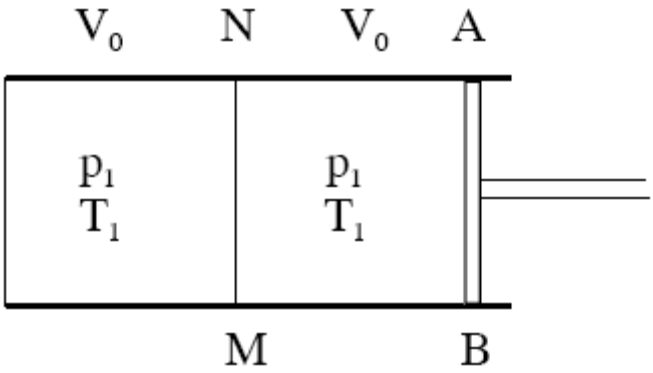
$$mv_{1y}\frac{d}{2} = mv_0\frac{r}{2}$$

დაწერილის გამოყენებით საბოლოოდ მივიღებთ, რომ

$$m = \frac{4kq^2(d-r)}{d\cdot r\left[u^2+v^2+2uv\cos(\alpha+\beta)-\frac{d^2}{r^2}(u\sin\alpha-v\sin\beta)^2\right]}$$

III ტური ამოცანა № 3

10 ქულა მოძრავი NM ტიხარი ცილინდრს ორ ნაწილად ჰყოფს. მარცხენა ნაწილი შემოსაზღვრულია ცილინდრის ფუძით და NM ტიხარით (ნახ. 1) ეს ნაწილი ერთ მოლ წყლის ორთქლს შეიცავს. მარჯვენა ნაწილი შემოსაზღვრულია NM ტიხარით და მოძრავი დგუშით. ეს ნაწილი ერთ მოლ აზოტს (N_2) შეიცავს.



ნახ. 1

თავდაპირველად ცილინდრის ორივე ნაწილში აირების მოცულობები და ტემპერატურები ტოლია. ტიხარი კარგი თბოგამტარია. მისი სითბოტევადობა მცირეა და შესაძლებელია უგულებელვყოთ.
წყლის კუთრი მოცულობა უმნიშვნელოა იგივე ტემპერატურაზე კუთრ მოცულობასთან შედარებით.
წყლისთვის $T_0 = 373K$ ტემპერატურაზე ორთქლადქცევის კუთრი სითბოა $L = 2250$ კჯ/კგ.

1. დავუშვით, რომ დგუში და ცილინდრის კედელი კარგი თბოგამტარია, ტიხარს ხახუნის გარეშე შეუძლია სრიალი. აირების თავდაპირველი მდგომარეობების პარამეტრებია:
წნევა p_1=0,5 ატმ; საერთო მოცულობა $V_1 = 2V_0$; ტემპერატურა $T_1 = 373K$.
დგუში ნელა კუმშავს აირებს $V_F = V_0/4$ საბოლოო საერთო მოცულობამდე.
პროცესი კვაზიწონასწორული და იზოთერმულია.

(a) გამოსახეთ აირების p წნევის მათ საერთო V მოცულობაზე დამოკიდებულების $p(V)$ გრაფიკი T_1 ტემპერატურის პირობებში. გამოთვალეთ გრაფიკის მნიშვნელოვანი წერტილების კოორდინატები.

(b) გამოთვალეთ აირების შეკუმშვის პროცესში დგუშზე მოქმედი გარე ძალის მუშაობა. (გაითვალისწინეთ, რომ $\int \frac{dV}{V} = \ln V$)

(c) გამოთვალეთ ამ პროცესში გარემოსთვის გადაცემული სითბოს რაოდენობა.

2. ამოცანის ამ ნაწილში ყველა პირობა იგივეა რაც პირველ ნაწილში, გარდა იმისა, რომ ტიხარსა და ცილინდრის კედელს შორის ხახუნია და ტიხარი წაინაცვლებს, როდესაც მის ორ მოპირდაპირე ზედაპირზე წნევების სხვაობაა 0.5 ატმ ან მეტი.

(a) გამოსახეთ მარჯვენა აირის p წნევის მათ საერთო V მოცულობაზე დამოკიდებულების $p(V)$ გრაფიკი T_1 ტემპერატურის პირობებში. გამოთვალეთ გრაფიკის მნიშვნელოვანი წერტილების კოორდინატები.

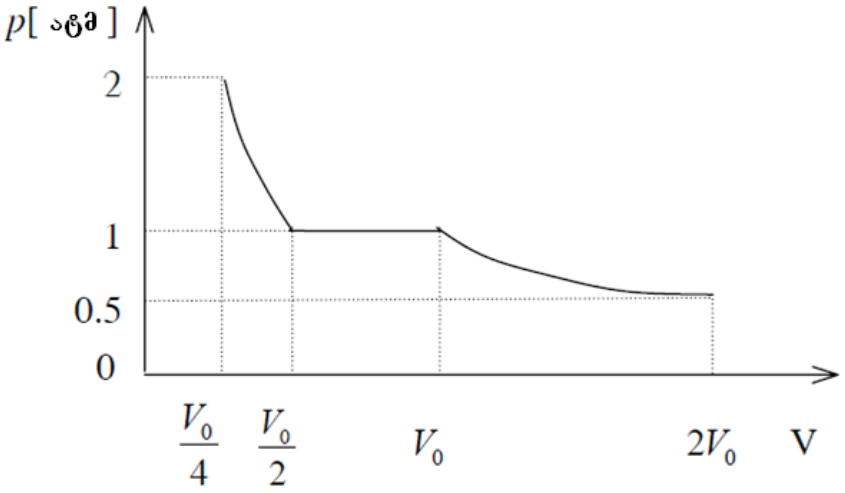
(b) გამოთვალეთ აირების შეკუმშვის პროცესში დგუშზე მოქმედი გარე ძალის მუშაობა.

მითითება. სასარგებლოა ქვემოთ მოყვანილი ცხრილის შევსება და მისი გამოიყენეთ 2.ა კითხვის საპასუხოდ.

მდგომარეობა	მარცხენა ნაწილი		მარჯვენა ნაწილი		საერთო მოცულობა
	მოცულობა	წნევა	მოცულობა	წნევა	
საწყისი	V_0	0.5 ატმ	V_0	0.5 ატმ	$2V_0$
მე-2					
მე-3					
...	...	...	...	...	...
საბოლოო					

ამოხსნა:

1(ა). გრაფიკი გამოსახულია ნახ. 1-ზე.



ნახ. 1

1(ბ). შეკუმშვის პროცესი გავყოთ სამ ეტაპად:

$$\underset{(1)}{(p_1,2V_0)} \rightarrow \underset{(2)}{(2p_1,V_0)} \rightarrow \underset{(3)}{(2p_1,V_0/2)} \rightarrow \underset{(4)}{(4p_1,V_0/4)}$$

თითოეულ ეტაპზე შესრულებული მუშაობაა:

$$A_{12} = -\int_{2V_0}^{V_0} pdV = 2RT_1 \int_{V_0}^{2V_0} \frac{dV}{V} = 2RT_1 \ln 2 = 4297 \text{ ჯ}$$

$$A_{23} = 2p_1(V_0 - V_0/2) = RT_1 = 3100 \text{ ჯ}$$

$$A_{34} = -\int_{\frac{1}{2}V_0}^{\frac{1}{4}V_0} p'dV = RT_1 \int_{\frac{1}{4}V_0}^{\frac{1}{2}V_0} \frac{dV}{V} = RT_1 \ln 2 = 2149 \text{ ჯ}$$

სრული მუშაობაა:

$$A=A_{12}+A_{23}+A_{34}=9545 \text{ ჯ}$$

1(c). 2→3 ეტაპზე წყლის ორთქლი (1 მოლი) კონდენსირდება. ამ პროცესის დროს მცირდება წყლის შინაგანი ენერგია (ΔU)–თი. თერმოდინამიკის I კანონის თანახმად, გაცემული სითბოს რაოდენობა გარე ძალის მუშაობისა და სისტემის შინაგანი ენერგიის შემცირების ჯამის ტოლია:

$$Q= \Delta U+A_{12}+A_{23}+A_{34}$$

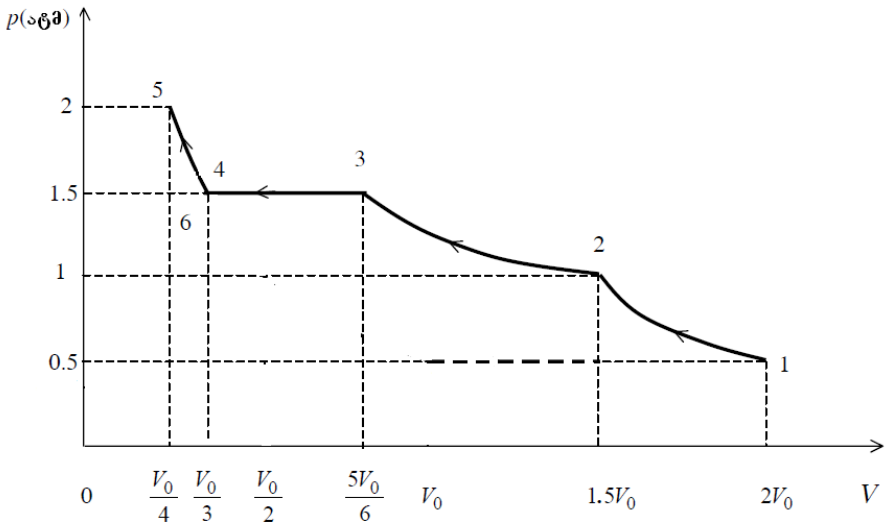
მაგრამ ($\Delta U+A_{23}$) არის წყლის ორთქლის კონდენსაციის პროცესში გაცემული სითბოს რაოდენობა ანუ 0.018კგ×L. ამრიგად,

$$Q= 0.018\text{კგ}\times L + A_{12}+A_{34}\approx 47 \text{ ჯ}$$

2(ა). ცხრილს ექნება შემდეგი სახე:

მდგომარეობა	მარცხენა ნაწილი		მარჯვენა ნაწილი		საერთო მოცულობა
	მოცულობა	წნევა (ატმ)	მოცულობა	წნევა (ატმ)	
1	V_0	0.5	V_0	0.5	$2V_0$
2	V_0	0.5	$0.5V_0$	1	$1.5\ V_0$
3	$0.5V_0$	1	$V_0/3$	1.5	$5\ V_0/6$
4	0	1	$V_0/3$	1.5	$V_0/3$
5	0	1.5	$V_0/4$	2	$V_0/4$

გრაფიკს ექნება შემდეგი სახე



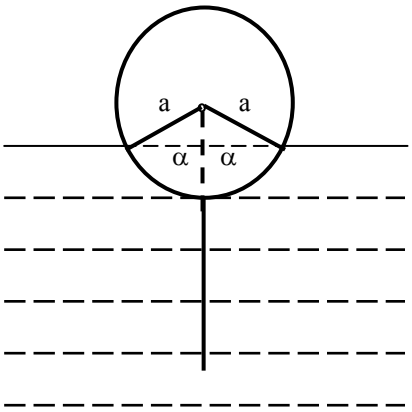
ნახ. 2

2(ბ). დგუშზე მოქმედი ძალის მუშაობა ტოლი იქნება პირველ ნაწილში გამოთვლილი მუშაობისა და ხახუნის წინააღმდეგ შესრულებული მუშაობის ჯამის. ეს უკანასკნელი მუშაობაა 0.5 ატმ×V_0, ამიტომ

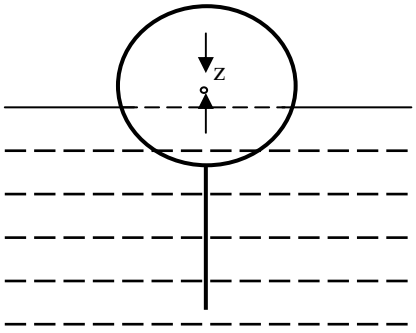
$$A_2=A+0.5\text{ატმ}\times V_0\approx 12.65 \text{ კჯ}$$

III ტური ამოცანა № 4

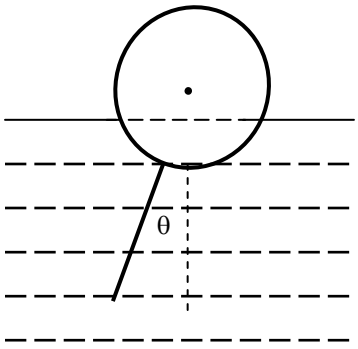
1. ტივტივა შედგება მსუბუქი ერთგვაროვანი ნივთიერებისგან დამზადებული a რადიუსის და L სიგრძის მყარი ცილინდრისგან და მასთან ქვემოდან მსახველის შუაში მიმაგრებული ხისტი ერთგვაროვანი ღეროსგან (ნახ. 1). ღეროს მასა ცილინდრის მასის ტოლია, მისი სიგრძე ცილინდრის დიამეტრის ტოლია, ხოლო სიმკვრივე წყლის ρ სიმკვრივეზე მეტია.
მიიღეთ წონასწორობაში (ნახ. 1) ტივტივასა და წყლის სიმკვრივეთა შეფარდებასთან α კუთხის დამაკავშირებელი განტოლება. ღეროს მოცულება უგულებელყავით.



ნახ. 1



ნახ. 2



ნახ. 3

2. თუ ტივტივამ შეშფოთების შედეგად წონასწორობიდან ვერტიკალურად მცირე მანძილით წაინაცვლა, მაშინ ის იწყებს ვერტიკალურ რხევებს წონასწორობის მდებარეობის მიმართ (ნახ. 2).
გამოსახეთ ამ ვერტიკალური რხევების სიხშირე α, g და a სიდიდეებით, სადაც g თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა. მივიჩნიოთ, რომ წყლის მოძრაობის გავლენა ტივტივას რხევების დინამიკაზე ისეთია, თითქოს მისი ეფექტური მასაა ტივტივას მასაზე $\frac{1}{3}$-ით მეტი.
გაითვალისწინეთ, რომ α მცირე კუთხე არაა.
3. დავუშვათ ცილინდრს შეუძლია რხევები სიმეტრიის ღერძის მიმართ (ამ შემთხვევაში ღერო აქეთ-იქეთ იხრება). გამოსახეთ ამ რხევების სიხშირე g და a სიდიდეებით. ამ შემთხვევაში უგულებელყავით წყლის მოძრაობა და მისი სიბლანტე. რხევებისას გადახრის θ კუთხე საკმარისად მცირედ მიიჩნიეთ (ნახ. 3).
4. გაზომვებმა აჩვენეს, რომ ვერტიკალური რხევების პერიოდია $T_1 \approx 1$ წმ, ხოლო მეორე ტიპის რხევების პერიოდია $T_2 \approx 1{,}5$ წმ.
ამ მონაცემების საფუძველზე აჩვენეთ, რომ კუთხე $\alpha \approx 90^0$. განსაზღვრეთ ტივტივას ცილინდრის რადიუსი და მისი სრული მასა, თუ ცილინდრის L სიგრძე მისი a რადიუსის ტოლია (შეფასებისთვის შეგიძლიათ გამოიყენოთ რიცხვითი მონაცემები: $\rho = 1000$ კგ.მ$^{-3}$, $g = 9{,}8$ მ.წმ$^{-2}$). **(10 ქულა)**

ამოხსნა:

1. ღეროს მასა ცილინდრის მასის ტოლია, რომელიც თავის მხრივ არის $M = \pi a^2 L d$. ე.ი. ტივტივას მასაა $2M = 2\pi a^2 L d$. წონასწორობის პირობის თანახმად ტივტივაზე მოქმედი სიმძიმის ძალა გაწონასწორებულია ამომგდები ძალით $2Mg = \rho V_{\text{ჩად}} g$, სადაც $V_{\text{ჩად}}$ ტივტივას ჩაძირული ნაწილის მოცულობაა, რომელიც ტოლია $V_{\text{ჩად}} = L a^2 \alpha - \frac{1}{2} L a^2 \sin 2\alpha$. საბოლოოდ მიიღება

$$\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha = \frac{2\pi d}{\rho} \qquad (1)$$

2. თუ ტივტივას გადავხრით წონასწორობიდან მცირე z–ით ქვევით, მაშინ მასზე მოქმედ ძალათა ტოლქმედი იქნება ზევით მიმართული და დამატებით გამოძევებული წყლის წონის ტოლი. დამატებით გამოძევებული წყლის მოცულობა, z-ის სიმცირის გამო, შეგვიძლის არ განვასხვაოთ მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობისგან, რომლის გვერდებია L, z და $2a\sin\alpha$. ასე რომ გვაქვს $F = -2\rho g L z a \sin\alpha$. მინუს ნიშანი იმიტომაა, რომ ძალა გადახრის მიმართულების საწინააღმდეგოდაა მიმართული **(1 ქულა)**. ეს ფორმულა ზევით გადახრის დროსაც მართებულია. ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად, თუ წყლის მოძრაობას გავითვალისწინებთ ეფექტური მასის შემოტანით, მიიღება $\frac{8M}{3}\ddot{z} = -2\rho g L z a \sin\alpha$, სადაც $\ddot{z}$ არის კოორდინატის მეორე წარმოებული დროით ანუ აჩქარება. ამ ფორმულაში ტივტივას მასის გამოსახულების შეტანა იძლევა

$$\ddot{z} = -\frac{3\rho g \sin\alpha}{4\pi d a} z$$

მივიღეთ $\omega_z = \sqrt{\frac{3\rho g \sin\alpha}{4\pi d a}}$ ციკლური სიხშირის ჰარმონიული რხევების განტოლება. (1) ფორმულის გათვალისწინებით (პირობაში ამ სიდიდეებით ვთხოვე გამოსახვა) გვაქვს

$$\omega_z = \sqrt{\frac{3 g \sin\alpha}{a(2\alpha - \sin 2\alpha)}} \qquad (2)$$

3. გამოვიყენოთ ცილინდრის ცენტრში გამავალი ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო ბრუნვის დინამიკის განტოლება $-Mg2a\sin\theta = I\ddot{\theta}$ **(1 ქულა)**, სადაც θ ვერტიკალიდან ღეროს გადახრის კუთხეა, $\ddot{\theta}$ კუთხური აჩქარებაა, I ტივტივას ინერციის მომენტია ცილინდრის ცენტრში გამავალი ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ, ხოლო მინუს ნიშანი იმიტომაა, რომ ძალის მომენტი ტივტივას გადახრის საწინააღმდეგოდ აბრუნებს. θ კუთხის სიმცირის გამო $\sin\theta \approx \theta$. ტივტივას I ინერციის მომენტი არის ცილინდრის I_1 ინერციის მომენტის და ღეროს I_2 ინერციის მომენტის ჯამი. $I_1 = \frac{M a^2}{2}$, ხოლო I_2–ს ვიპოვით შტაინერის თეორემის გამოყენებით: $I_2 = \frac{M(2a)^2}{12} + M(2a)^2 = \frac{13 M a^2}{3}$. ამრიგად, $I = I_1 + I_2 = \frac{29 M a^2}{6}$. საბოლოოდ გვაქვს $\ddot{\theta} = -\frac{12 g}{29 a}\theta$. მივიღეთ, რომ ტივტივა ასრულებს ჰარმონიულ რხევებს, რომლის ციკლური სიხშირეა

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{12g}{29a}} \qquad (3)$$

4. გაზომვებმა მოგვცეს, რომ $\frac{T_\theta}{T_z} \approx 1.5$ ანუ $\left(\frac{\omega_z}{\omega_\theta}\right)^2 \approx 2.25$. ციკლური სიხშირეების გამოსახულებების ჩასმით მიიღება ტრანსცენდენტული განტოლება $\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha \approx 1.61 \sin\alpha$. კალკულატორის დახმარებით ამ განტოლების რიცხობრივი ამოხსნა გვაძლევს $\alpha \approx 1.59$ რად $\approx 90^\circ$.

ფორმულაში (1) $\alpha = 90^\circ$-ის ჩასმა გვაძლევს, რომ $d = \frac{\rho}{4}$. ფორმულა (3)-ის გამოყენებით გვაქვს $T_\theta = \frac{2\pi}{\omega_\theta} = 2\pi\sqrt{\frac{29a}{12g}}$, საიდანაც $a = \frac{3gT_\theta^2}{29\pi^2} \approx 0.231$ მ ≈ 0.23 მ. ტივტივას მასისათვის მიიღება $2M = 2\pi a^2 L d = 2\pi a^3 \frac{\rho}{4} \approx 19$ კგ.